

Educazione e complessità: un modello elementare dalla teoria dei sistemi di controllo

Enrico Canuto, Dipartimento di Automatica e Informatica, Politecnico di Torino, Corso Duca degli Abruzzi 24, 10129 Torino, e-mail: enrico.canuto@polito.it

Già da tempo è stata segnalata la possibilità di far riferimento ai sistemi automatici di controllo per una migliore comprensione dei processi di apprendimento e di insegnamento. Il loro principale meccanismo è la retroazione (*feedback*) e il fondamento assiomatico è la teoria dei sistemi dinamici. L'attributo 'dinamico' è essenziale e sta ad indicare il ruolo centrale del tempo. L'argomento è affascinante: che ruolo giocano i meccanismi propri dei sistemi di controllo, ivi inclusa la retroazione, nell'insegnamento, nell'apprendimento e nell'educazione? Più in generale, traendo spunto dalle scienze fisiche e dai principi matematici dei sistemi di controllo, è possibile estenderne paradigmi e metodi alle scienze educative se non per disegnare almeno per studiare e misurare le prestazioni di un sistema educativo? C'è una vasta letteratura che tenta di rispondere a queste domande, ma gli studi sono fermi ancora allo stadio esplorativo¹, soprattutto per la mancanza di validi strumenti concettuali. Una delle vie per sviluppare tali strumenti è un'analisi ispirata dalla tecnica dei sistemi di controllo.

1. Introduzione

Concezione, progetto e realizzazione dei sistemi automatici di controllo, il cui principio è la retroazione e il cui strumento matematico è la teoria dei sistemi dinamici², hanno attratto l'attenzione di molti come modello di riferimento per il funzionamento di sistemi complessi come quelli educativi.³ In che modo chi non si occupa di educazione se non per il fatto di insegnare la propria disciplina da circa quarant'anni può applicare concetti e metodi di quella teoria all'insegnamento? L'argomento è affascinante: che ruolo giocano i meccanismi propri dei sistemi di controllo, ivi inclusa la retroazione,

¹ Illustrativo è il lavoro di Gross D. e Strand R. (2000).

² L'attributo dinamico, dal termine greco δυναμις (potenza, forza), opposto a statico, è impiegato dalla fisica, e per analogia dalla teoria dei sistemi, per indicare lo studio di fenomeni soggetti ad azioni esterne (forze) che progressivamente determinano l'evoluzione temporale di variabili rappresentative, quali posizione e velocità nel moto dei corpi.

³ Si vedano le altre memorie in questo volume.

nell'insegnamento, nell'apprendimento e nell'educazione? Più in generale, traendo spunto dalle scienze fisiche e dal linguaggio matematico alla base dei moderni sistemi di controllo, è possibile estenderne paradigma e metodi alle scienze dell'educazione se non per progettare un sistema educativo, almeno per studiarlo e misurarne le prestazioni?

Dapprima si richiamano i prerequisiti di una scienza moderna, dalla teoria assiomatica, alla metrologia, all'ingegneria della misura e dell'attuazione, ed infine alla teoria del controllo che consente di chiudere l'anello tra misure e comandi. Il concetto di complessità è solo toccato di sfuggita; l'attenzione è dedicata ad abbozzare una dinamica elementare di uno stadio dell'educazione, l'apprendimento scolastico, inteso come apprendimento assistito e a porne in evidenza il ruolo dell'insegnante e le interazioni con l'allievo tramite lo studio e la simulazione di semplici strategie di controllo.

2. Scienza dell'educazione?

Benché il titolo si limiti al vocabolo scienza, si richiamano brevemente i requisiti per una scienza che sia in grado di divenire tecnica. Il paradigma è la scienza dei sistemi automatici, che a partire dallo studio e dell'analisi di cause ed effetti di fenomeni naturali e artificiali – la scienza - è in grado di proporre metodi e tecniche in grado di intervenire su tali fenomeni al fine di regolarli o più in generale di muoverli in modo ordinato da uno stato all'altro. In termini generici non è questo l'obiettivo di un sistema, di un processo educativo?

Il primo passo è un accordo sulla teoria assiomatica⁴ dei fenomeni, che consenta a chiunque, senza privilegi, di eseguire esperimenti mentali e di esporli in un linguaggio – matematico - privo di ambiguità, secondo il metodo intrapreso da Galileo nel Dialogo sopra i due Massimi Sistemi «Or questi passaggi, che l'intelletto nostro fa con tempo e con moto di passo in passo, ...». oppure «quanto alla verità di che ci danno cognizione le dimostrazioni matematiche, ella è l'istessa che conosce la sapienza divina ...». La dinamica classica è un esempio di teoria assiomatica di fenomeni temporali che soddisfano il principio di causalità, da cui in tempi recenti si è sviluppata la teoria dei sistemi dinamici. Esistono teorie assiomatiche nel campo dell'educazione? Si pensi alle scienze cognitive, alle scienze sociali. Un aspetto essenziale è definire e costruire elementi astratti che siano i mattoni dell'esperimento mentale. Si pensi agli elementi dinamici quali serbatoi o accumulatori di una variabile indicata come variabile di stato, alle loro connessioni, alle variabili d'ingresso – comandi e disturbi - che modifica-

⁴ Un assioma è una premessa non dimostrata di un complesso di deduzioni. Ad esempio, un assioma dei sistemi dinamici, come teoria matematica, è che il tempo, formulato come retta dei numeri reali, sia una variabile indipendente.

no lo stato, alle variabili di uscita che consentono di misurare lo stato, ... La complessità nasce e si studia costruendo reti di questi elementi.

Il secondo momento è la costruzione di una teoria e pratica metrologica in grado di connettere realtà e matematica. Essa individua e costruisce fenomeni ripetibili - i cosiddetti campioni - con cui valutare numericamente - misurare - altri fenomeni ritenuti comparabili coi campioni. Il questionario OECD-PISA (2006) è un primo passo verso campioni di misura nel campo dell'apprendimento? A mio avviso non è chiaro quale sia il campione di riferimento nel senso della metrologia; concezione e realizzazione sottenderebbe una scelta oculata sia del campione di studenti da sottoporre a prova sia delle prove stesse. Entrambe le scelte sono state criticate da S. J. Prais (2003) e da E. von Collani (2001). La metrologia indirizza sia il progetto di esperimenti e la successiva analisi sia il progetto di sensori riferiti ai campioni e la loro taratura.

La metrologia è tuttavia passiva nei confronti della realtà e della società - ciò non è sempre vero in specie nel modo microscopico-, anche se è lo strumento essenziale per sviluppare la conoscenza ed aggiustare gli assiomi delle teorie assiomatiche. L'intervento attivo richiede lo studio e la costruzione di dispositivi detti attuatori: nel mondo dell'ingegneria i più conosciuti e impiegati sono i motori. La pratica della misura e dell'attuazione sono parte integrante di tutte le discipline dell'ingegneria, e dalle macchine si sono estese alla medicina e alla biologia.

L'ultimo pezzo dell'architettura si preoccupa di come impiegare le misure dei sensori per alimentare gli attuatori: si tratta della disciplina dei controlli automatici. Purtroppo il vocabolo 'controllo', derivato dal francese - *contrôle* (partita doppia) - tramite l'inglese tecnico, non rende bene l'idea essendo comunemente inteso, peraltro correttamente - l'etimo è in tal senso-, come verifica e non come attuazione. Si dovrebbe parlare di regolazioni, asservimenti automatici o più in generale di cibernetica, l'arte del pilota, un termine coniato da N. Wiener (1948)⁵. Ad esempio nel movimento di velivoli aerospaziali si distingue tra guida, che stabilisce la rotta o riferimento, navigazione, che rileva la rotta effettiva - misura -, e controllo, che mette d'accordo navigazione e guida per il tramite di opportune azioni o comandi imposti agli attuatori. Questi concetti saranno ripresi oltre, ma si deve notare come il controllo trasformi misure in comandi con l'obiettivo di avvicinare le misure stesse agli obiettivi. Il meccanismo nascosto e intrigante si chiama retroazione - *feedback* in inglese.

⁵ L'opera divulgativa di N. Wiener è stata soprattutto indirizzata alla trasmissione dell'informazione e alle sue implicazioni sociali ed etiche (T. W. Bynum, 2005). Ogni segnale trasmesso negli anelli di controllo veicola informazione, talché le proprietà dei sistemi di controllo possono essere studiate da tal punto di vista, una strada che non viene qui seguita.

se - e non è un meccanismo qualunque: esso infatti elabora il passato/presente – le misure - per determinare il futuro – i comandi.

3. Complessità e analogie

Come si può definire la complessità? Nella teoria dei sistemi dinamici, la complessità è una misura del numero di variabili di stato tra di loro interconnesse a mo' di rete. Naturalmente il numero di variabili di stato è solo una condizione necessaria per la complessità, nel senso che vi sono innumerevoli forme di complessità a seconda di come le variabili siano interconnesse e di come si influenzino tra di loro. Concetti strettamente connessi sono ordine, disordine, ed entropia come loro indice di misura (si vedano P. Rossi, 1979, e G. Del Re, 2006). W. Weaver (1948) in un articolo su *American Scientist* distinse due forme estreme di complessità, disorganizzata e organizzata. Nella prima forma, appannaggio della teoria delle probabilità o della meccanica statistica, ogni elemento dinamico - ad esempio un punto materiale con sei variabili di stato, una particella - è soggetto a una successione di piccoli urti irregolari dipendenti dalla densità del mezzo; gli urti sono la sola interazione tra gli elementi stessi e tra gli elementi e le pareti del recipiente chiuso - un palloncino riempito di gas. Si pensi ad una folla di ciechi che non sappia dove sia l'uscita, ma ciascuno la cerchi a dispetto degli altri. La statistica consente di definire indici medi di agitazione delle particelle quale l'energia cinetica media e, tramite un fattore di scala, temperatura e pressione dell'insieme. Non esiste una direzione media del loro moto, nel senso che la media matematica è nulla. Una direzione media si manifesta non appena si pratici un foro nel palloncino e la pressione esterna sia inferiore a quella interna: anche il palloncino si muoverà in direzione opposta al gas - in realtà la direzione dal gas varia entro un cono. Si può affermare che le molecole di gas siano ora organizzate? No. Il concetto di complessità organizzata di W. Weaver (1948), «*a sizable number of factors which are interrelated into an organic whole*»⁶, non sembra distinguere tra le cause delle mutue relazioni. Il moto delle molecole è correlato l'uno all'altro, ma in ragione di vincoli esterni: differenza di pressione, apertura, ..., non per un obiettivo delle molecole. Si assuma ora che un cieco creda di scoprire la porta del recinto e lo comunichi ai suoi vicini: tutti si affollerebbero con grave pericolo per chi ha propalato la notizia falsa. L'informazione e la sua comprensione incidono sulle mutue relazioni tra gli elementi di un insieme.

Non procederò oltre in questa disamina, ma la complessità organizzata ancorché difficile da definire, sembra postulare obiettivi, sensibilità e reazione

⁶ «Un numero consistente di fattori che si trovino in mutua relazione in un insieme organico».

alle interazioni: le proprietà di un sistema automatico dotato di retroazione⁷. Si può allora parlare di autonomia a diversi gradi. Un sistema automatico è in grado di sopravvivere a situazioni difficili, sempre che si possa rifornire di energia. Concetti simili si trovano nella definizione, ancorché non ben precisa, di *Complex Adaptive Systems* (CAS in breve) introdotta da J.H. Holland (1992). L'argomento, non essendo stato approfondito dall'autore, si manifesta una certa cautela, anche per via del termine adattivo: nella teoria dei controlli il termine si riferisce a strategie di controllo mutevoli, con meccanismi elementari di apprendimento. Strategie di controllo invarianti, non mutevoli, sono in grado di opporsi ad un ambiente mutevole, naturalmente con prestazioni diverse. Si noti ancora come la retroazione abbia lo scopo di reagire a ciò che è nuovo e apparentemente trascurabile, ancorché disparato: piccole perturbazioni dell'ambiente. Il metodo e la teoria dell'*Embedded Model Control* in Canuto (2007), debitrice della teoria dei sistemi di controllo degli anni 60 sviluppata da R. Kalman e altri (1969) e applicata all'ingegneria, pone in evidenza con chiarezza questo fatto alquanto ignoto. Si legga quanto scrive C. Darwin (1859) «*Nature gives successive variations absolutely inappreciable by an uneducated eye; man adds them up in certain directions useful to him*⁸». Di fronte a ciò che è nuovo, ma non trascurabile, il sistema automatico o dovrà arrestarsi (guasto, pericolo...) o apprendere a riconfigurarsi (adattamento, selezione naturale?).

Non vi è dubbio che l'educazione si ponga obiettivi, che il processo educativo avvenga nel tempo (dinamica), che sia estremamente complesso e coinvolga esseri umani con diversi gradi di autonomia, anzi tenda ad accrescere negli esseri umani da una parte il loro grado di autonomia e dall'altra la capacità di reagire a vantaggio proprio e della comunità alle interazioni con l'ambiente umano. La complessità si riferisce all'enorme insieme di conoscenze, regole, procedure e abilità che via via si acquisiscono e si compongono in modo estremamente personale nel corso del processo educativo. Ricordando che la complessità di un sistema dinamico è definita dalle sue variabili di stato e da come sono interconnesse e organizzate, mi viene spontanea un'analogia, che spero non urti gli addetti ai lavori. Anche in un processo produttivo – *manufacturing* in inglese - si acquisiscono e si compongono via via migliaia di parti, nel processo educativo centinaia di migliaia di brani d'informazione: è questo lo stato? Nel processo produttivo i pezzi non possono essere composti a casaccio ma secondo regole ben precise: i cosiddetti *part-programs*.

⁷ Si noti come L. von Bertalanffy, pioniere della teoria generale dei sistemi e ideatore dei sistemi termodinamici aperti opposti ai sistemi isolati della fisica, ritenesse la cibernetica e quindi i meccanismi di retroazione non in grado di spiegare la complessità organizzata degli esseri viventi (in T. E. Weckowicz, 1998).

⁸ «La natura suscita successive variazioni pressoché inapprezzabili da un occhio inesperto; l'uomo le accumula in certe direzioni a lui congeniali».

Nell'educazione, e quindi nell'apprendimento, si tratta forse delle regole di grammatica, dei teoremi di matematica, delle regole di vita, dei principi religiosi, della disciplina,...? Non sembrano sufficienti le regole della grammatica per essere autonomi e nello stesso tempo utili al proprio ambiente umano. Le micro-interazioni con l'ambiente sociale non si manifesteranno sotto forme di pezzi di grammatica o di concetti di fisica sperimentale. Chi sopperisce a queste lacune? Si può quindi affermare che il tema dell'educazione sia simile allo sviluppo, alla formazione e alla messa in opera di un complesso sistema di produzione? Mentre il processo produttivo avviene in un ambiente adatto - la fabbrica-, il processo educativo si sviluppa, mai come oggi, in un ambiente fortemente ostile. Certo, parte di esso avviene nella scuola, pensata e forgiata come luogo adatto all'educazione, ma lo sviluppo impetuoso dei sistemi di comunicazione - Internet, apparecchi portatili di calcolo e comunicazione,...- e la mescolanza di culture umane disparate solleva dubbi e inquietanti interrogativi sulla sua attualità. Chi provvede robustezza e resilienza all'educando?

4. Ruolo di teoria e pratica dei sistemi di controllo

Mi piace richiamare questa frase della lettera di S. Giacomo nel Nuovo Testamento: «*Ecce et naves, ut tam magna sint et a ventis validis minentur circumferentur a minimo gubernaculo ubi impetus dirigentis voluerit*», in Vulgata, Epistula Jacobi, 3,4⁹. 'Impetus' è l'intenzione, il riferimento in termini di sistemi di controllo, 'ventis' indica l'ambiente ostile, 'naves' indica il sistema da governare, 'gubernaculo' (la ruota del timone) sta per il sistema di controllo, minimo ma essenziale nello sfidare i venti e seguire la volontà del pilota.

Per comprendere meglio le proprietà di un sistema dinamico controllato occorre distinguere due classi di controllo. Si parla di controllo passivo allorché i dispositivi di controllo siano tali da portare il sistema verso traiettorie o condizioni di equilibrio naturali. Si pensi all'isolamento termico, teso ad assicurare un gradiente termico senza dispendio di energia per un tempo limitato: un esempio ben noto è il thermos; il secondo principio della termodinamica tenderà ad annullare progressivamente il. Si pensi alla navigazione a vela, dove si sfrutta il vento o le correnti termiche - volo a vela. Si pensi allo scappamento ad ancora degli orologi a pendolo inventato da Robert Hooke (in S. Inwood, 2002) che sincronizza il moto del pendolo con quello degli ingranaggi. Si pensi all'assetto di un satellite artificiale tramite la gravità terrestre: un satellite oblungo o dotato di un'asta molto lunga, detta *boom*, tenderà ad orientare il proprio asse alla verticale locale allo stesso modo di un pendolo (in M. J. Sidi, 1997). Di per se stesso il controllo passivo sembra più economico ed af-

⁹ «Si osservino le navi che, benché grandi e minacciate da venti impetuosi, sono guidate da un piccolissimo timone nella direzione voluta dall'intenzione del pilota».

fidabile; in realtà si deve porre il problema di come acchiappare la traiettoria naturale e di quali siano le condizioni ambientali adatte a mantenerlo efficace. Il pioniere dell'aviazione K. W. Otto Lilienthal precursore degli alianti - ad ala fissa, senza propulsione e superficie di comando - morì in seguito ad un colpo di vento che spezzò un'ala del suo aliante, di per sé stesso in grado di librarsi con successo in aria e anche di acquistare un poco di quota (in D. C. Schlenoff, 2003). Naturalmente l'alante non può decollare se non da un risalto. Si può parlare di controllo passivo nell'educazione? Non è forse l'educazione della strada, più in generale dell'ambiente, oggi di Internet?

Il controllo attivo a prima vista si oppone, in realtà tende a completare il controllo passivo, proponendosi di acchiappare e mantenere una traiettoria arbitraria e sicura. A tale scopo il sistema da controllare viene dotato di opportuni dispositivi di comando: gli attuatori. I fratelli Orville e Wilber Wright dotarono i loro velivoli di un propulsore e di grandi superficie di comando (sempre in D. C. Schlenoff, 2003). Il velivolo ancorché non in grado di librarsi come gli alianti di Lilienthal poteva essere governato dal pilota: il velivolo divenne un sistema dinamico controllabile. La nostra postura eretta è instabile come un pendolo capovolto che tende a cadere, ma siamo dotati di attuatori - i muscoli- e da piccoli apprendiamo a coordinarli; siamo pure dotati di un opportuno scheletro e di una particolare distribuzione di masse - controllo passivo? - che favorisce la postura eretta. Un sistema dinamico instabile può essere molto maneggevole, se dotato di opportuni attuatori: si pensi alla bicicletta e al suo manubrio - i fratelli Wright erano costruttori di biciclette. I giovani da educare non sono forse instabili ma ampiamente manovrabili?

Un sistema di controllo attivo è alimentato da opportuni riferimenti che definiscono una delle possibili traiettorie da ripetere: naturalmente si potrebbe immaginare un sistema in grado di costruire da solo, nel qual caso il suo grado di autonomia aumenterebbe considerevolmente. Il sistema deve poi essere dotato di sensori - strumenti di misura - per rivelare gli scostamenti della traiettoria reale. Infine vi è la logica di controllo che mette d'accordo misure e riferimenti e stabilisce le azioni dell'attuatore: i comandi. Un notevole svantaggio del controllo attivo è la sua complessità che si coniuga con fragilità; questo almeno fino allo sviluppo dell'elettronica, che benché soggetta a guasti imprevedibili, può essere resa affidabile quanto basta o facilmente riparabile: la classica sostituzione della scheda difettosa. In effetti nei sistemi non riparabili durante la missione - satelliti artificiali, velivoli, veicoli terrestri - si tende a completare il controllo attivo con uno passivo e/o a ridondare il controllo attivo. Si noti tuttavia come sia il sistema di controllo attivo a stabilire quando il controllo passivo debba prendere il sopravvento. Non dovrebbe avvenire così anche nell'educazione? Non dovrebbe essere la scuola, la famiglia, a suggerire all'educando di provare la 'strada', l'ambiente? Di converso, il controllo attivo

è estremamente flessibile perché può essere riprogrammato e può apprendere, specie nel controllo moderno dove l'unità di controllo è un elaboratore e le logiche di controllo sono codici di calcolo: si pensi alle funzioni cerebrali di controllo alle funzioni vegetative. Un altro aspetto poco noto è che il controllo attivo agisce per piccoli, minuscoli, continui incrementi con cui corregge la traiettoria reale su quella di riferimento. Quest'ultima non può essere cambiata d'improvviso, ma dolcemente, in modo da non forzare il controllo a grandi correzioni. Queste possono creare soprassalti nel sistema - una brusca frenata sul ghiaccio -, tanto da fiaccarlo o spingerlo oltre i limiti consentiti.

Tornando al processo educativo o più modestamente all'apprendimento assistito quali sono i riferimenti? Il programma educativo? Le lezioni dell'insegnante? I valori della società? I valori religiosi? Si tratta di un punto essenziale da comprendere e sviluppare, trattandosi dei prerequisiti al progetto del sistema di controllo, da completare con le proprietà dinamiche del dispositivo da controllare: l'oggetto del controllo. La persona umana, l'allievo, essendo l'oggetto del processo educativo, si deve avvertire come ogni persona sia un *unicum* e quindi possa richiedere la personalizzazione sia dei riferimenti - programmi, piani - sia del processo di controllo, in grado di guidarla ad un grado di apprendimento/educazione consono con le attese. Ci si limiterà ai riferimenti di un programma scolastico.

5. Elementi di controllo nell'apprendimento

Si tenta ora con l'aiuto di schemi a blocchi, di abbozzare gli elementi di controllo in un sistema insegnante-allievo (Fig. 1). Deve essere inteso come un esercizio intellettuale non sostenuto da dati sperimentali ma solo dalla esperienza personale e riflessione.

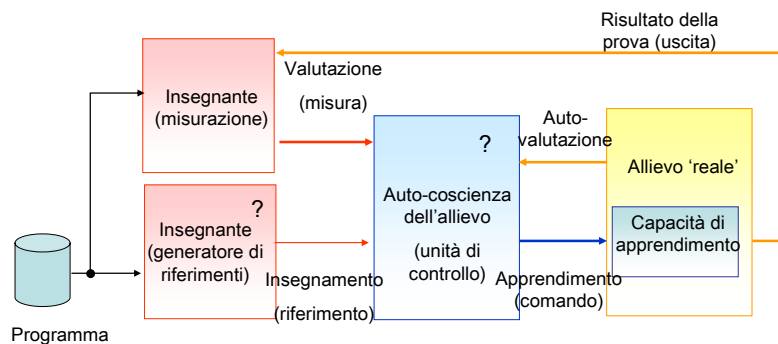


Fig. 1 Schema a blocchi insegnante-allievo.

Dapprima si deve distinguere tra due catene o canali di controllo. Il canale ad anello aperto - privo di retroazione - trasferisce il riferimento nell'unità di controllo. Avendo interpretato il riferimento come programma di studi o più in dettaglio la singola lezione, sembra naturale assumere che questo canale coincida con le funzioni svolte dall'insegnante. Si noti come i riferimenti possano essere definiti a diversi livelli di complessità, procedendo da riferimenti sintetici con obiettivi temporali di massima - il programma da svolgere in tot mesi, il cammino da percorrere in tot ore - via via a riferimenti molto dettagliati e scanditi dal tempo - la singola lezione e i suoi punti, la prova scritta. L'insegnamento sembra possa essere interpretato come un riferimento sminuzzato e impartito all'allievo.

Il secondo canale, canale ad anello chiuso, comprende tre tratte connesse ad anello.

- La prima tratta porta dal risultato di una prova o interrogazione alla sua valutazione (misurazione) da parte dell'insegnante.
- La seconda tratta porta dalla valutazione dell'insegnante alle azioni di apprendimento messe in atto dall'allievo, o meglio dalla sua autocoscienza¹⁰, interpretata come la vera unità di controllo.
- La terza tratta porta dall'apprendimento ai risultati delle prove e include l'allievo e le sue capacità di apprendimento: l'oggetto del controllo.

Si notino in Fig. 1 i punti interrogativi, come segnali di cautela a proposito di queste interpretazioni. Si noti ancora un secondo anello chiuso dall'allievo stesso, ovvero l'autovalutazione. Le azioni di apprendimento sono i comandi all'allievo o meglio ai suoi meccanismi e metodi, che come è ben noto sono estremamente diversi da individuo a individuo e sono sensibili a condizioni ambientali, familiari, ... L'uscita del sistema dinamico oggetto di controllo - l'allievo - è intesa come i risultati delle prove assegnate - compiti, prove in classe, ...- e di quelle personali, esercizi, che permettono di chiudere l'anello dell'autovalutazione. Vengono gli allievi addestrati ad autovalutarsi? Quali strumenti la scuola offre per sviluppare le capacità di apprendimento? Si manifesta il timore che entrambe le risposte siano piuttosto negative.

Se lo schema a blocchi di Fig. 1 si potesse ritenere valido, ancorché grossolano, una verità notevole e illuminante discende, almeno nell'ambito della teoria dei controlli. L'insegnante è un elemento essenziale nel chiudere l'anello tramite la valutazione, ma non è il cuore dell'unità di controllo, dove si prendono le decisioni. Il ruolo dell'insegnante mostra tre aspetti.

- Generatore dei riferimenti: è un ruolo fondamentale, impartisce la guida, sminuzza il percorso, smussa il riferimento - informazione, *part-programs* - a seconda degli allievi; in questo senso sarebbe necessario un ulteriore anello chiuso non riportato in Fig. 1.

¹⁰ Mi auguro di impiegare un termine corretto e chiaro.

- Sensore o elemento metrologico: questo è un ruolo estremamente delicato perché ogni misura tende ad essere falsa, polarizzata, fragile, sporca. L'allievo ne può subire l'inganno, l'affronto, l'esaltazione, con conseguenti riflessi sulla sua volontà - il riferimento interno - e capacità di apprendimento. Si deve ricordare che la misura non deve essere sporadica, ma regolare, chiara. Il risultato della misura più che una valutazione assoluta, dovrebbe indicare le carenze rispetto ai riferimenti: quanto manca per arrivare? La catena chiusa è alimentata dall'errore tra riferimento e traiettoria reale. L'errore, le mancanze sono inevitabili, ma devono essere sproporzionate per l'apprendimento, non invito alla sfiducia.
- Aiuto all'apprendimento (*learning aid*). Questa funzione non è riportata in Fig. 1 anche perché non sembra applicata nella norma. Tuttavia è evidente che il motore di questo sistema di controllo è la capacità di apprendimento dell'allievo, in unisono con la sua volontà. Può e deve l'insegnante agire su questo motore?

Concludiamo con la questione già sollevata: l'insegnante è parte dell'anello chiuso dell'apprendimento? A prima vista solo come strumento di valutazione, e per di più sporadico, l'insegnamento vero e proprio essendo stato interpretato, si riveda la Fig. 1, come una funzione ad anello aperto: tipico è l'insegnamento universitario. L'unità di controllo è l'autocoscienza dell'allievo: chi la educa, chi la corregge? Certamente la famiglia, sicuramente i compagni: l'ambiente umano che circonda l'allievo, insegnante incluso. Ora la situazione è divenuta estremamente confusa e complessa. Non ci sono più solo compagni, famiglia, insegnante, si è aggiunta un'immensa e piatta rete, priva di alcun filtro, priva di alcuna guida, una giungla: Internet. Il valore come nella scienza e nella democrazia è assegnato per votazione tra 'pari'. Sovente i più votati acquisiscono privilegi e rendite, che possono redistribuire, tendendo a turbare il meccanismo di votazione: si forma la gerarchia. Chi insegna ad orientarsi? L'apprendimento e l'educazione sono processi estremamente personali.

6 Una dinamica elementare

Si tenta ora di formulare matematicamente una dinamica elementare, o forse sarebbe meglio dire *naïf*, dell'apprendimento. L'elemento dinamico è un accumulatore (non so trovare un termine migliore, un elemento di memoria, un serbatoio), formalmente un integratore a tempo discreto, indicato con un quadrato che circonda una lettera sigma. Dal punto di vista dinamico è instabile, ma assai manovrabile, come si è ipotizzato l'allievo. Un accumulatore *tout court* non ha alcun meccanismo di regolazione, può solo colmarsi e traboccare. Ogni allievo $j = 1, \dots, n$ sia un singolo accumulatore, il livello del

serbatoio sia indicato con $x_j \geq 0$, la lista dei livelli di tutti serbatoi all'istante t_i sia un vettore di dimensioni n indicato con la stessa lettera ma in grassetto e priva di pedice, ovvero con $\mathbf{x}(t_i)$ ¹¹. Le stesse regole di notazione verranno applicate ad altre variabili. Il pedice i dell'istante generico t_i indica che gli accumulatori cambiano livello a istanti discreti separati da intervalli di durata variabile T_i : il prossimo istante sia $t_{i+1} = t_i + T_i$. Nelle prove simulate si è assunto per semplicità $T_i = T = 1$. Gli allievi non cooperano tra di loro, nel senso che non vi è alcuna interazione tra gli accumulatori. Il serbatoio abbia due fonti: il comando, espressione dell'azione di apprendimento, raccolto nel vettore $\mathbf{u}(t_i)$, e il disturbo $\mathbf{d}(t_i)$, l'ambiente, tale da distruggere, annullare, contrapporsi all'azione del comando; esso è indicato in Fig. 2 da una nuvoletta. L'apprendimento si riflette sull'allievo tramite la sua capacità $b_j = b + \Delta b_j$, b indicando il valore medio e $-\Delta b_{\max} \leq \Delta b_j \leq \Delta b_{\max}$ una perturbazione inferiore al valore medio e tale che $\Delta b_{\max} < b$. Le differenti capacità b_j si possono raccogliere in una matrice diagonale B . Si assume che il livello degli accumulatori sia misurabile tramite un'altra variabile, $\mathbf{y}(t_k)$, uguale al livello vero a meno di un errore $\mathbf{v}(t_k)$. Si assume che l'istante di misura t_k sia diverso da quello di comando t_i . Si scrive allora la seguente equazione di stato

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t_{i+1}) &= \mathbf{x}(t_i) + B\mathbf{u}(t_i) + \mathbf{d}(t_i), \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{x}(t_i) &\geq 0 \\ \mathbf{y}(t_k) &= \mathbf{x}(t_k) + \mathbf{v}(t_k) \end{aligned} \quad (1)$$

Lo schema a blocchi dell'equazione è in Fig. 2.

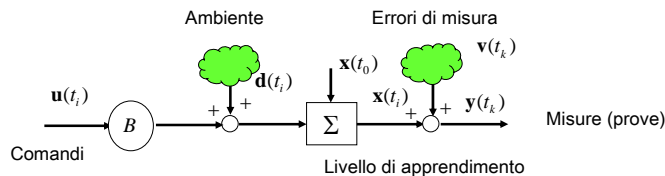


Fig. 2 Schema a blocchi di una dinamica elementare dell'apprendimento.

L'equazione (1) e il suo schema a blocchi saranno impiegati per indicare il livello reale di educazione degli allievi. La Fig. 3 mostra l'evoluzione temporale dell'apprendimento secondo l'equazione (1), nel caso di $n = 5$ allievi do-

¹¹ Nella teoria dei sistemi (A. Isidori e A. Ruberti, 1979, E. Canuto, 2002) il livello di accumulatori viene indicato, come già indicato in Sezione 2, col nome di 'variabile di stato' e le relative equazioni di incremento come 'equazioni di stato'.

tati della stessa capacità $b_j = 1$. L'apprendimento parte dallo stesso livello zero, gli allievi apprendono la stessa porzione di insegnamento $u_j(t_j) = 0.5$, ma questa si disperde in ragione del disturbo $d_j(t_i)$. Il valore finale atteso è pari a 50 unità di apprendimento. Si vedrà come semplici strategie di controllo, tese a rappresentare l'interazione tra insegnante e allievo, siano in grado di ridurre la dispersione che appare in Fig. 3.

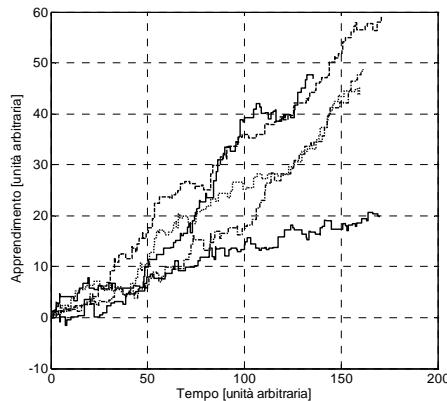


Fig. 3 Evoluzione dell'apprendimento di cinque allievi non cooperanti.

6. La dinamica elementare e il suo controllo

Formulazione

Seguendo lo schema dell'*Embedded Model Control* in Canuto (2007), gli allievi 'reali' sono l'oggetto del controllo e stanno ad indicare il livello reale di apprendimento, si noti, incognito a tutti, anche agli stessi allievi. Si tratta del rettangolo in alto a sinistra in Fig. 4. Il livello 'reale' è reso noto dalla valutazione dell'insegnante in seguito ad opportune prove. Il tutto soddisfa l'equazione (1). Gli allievi sono circondati da due elementi di controllo. Il primo è l'insegnante - il rettangolo a destra in Fig. 4 - che ha due funzioni, quella di generatore dei riferimenti, quando impartisce l'insegnamento, e quella di strumento di misura, quando valuta l'allievo. Il secondo elemento è l'autocoscienza dell'allievo - il rettangolo in basso a sinistra - che funge da unità di controllo vera e propria, ed è dotata di propria capacità di autovalutazione e strategia di apprendimento. Si assume, e questa è un'ipotesi chiave, che la valutazione dell'insegnante agisca nel senso di correggere (*reset*) l'autovalutazione dell'allievo. In questo senso l'insegnante 'chiude l'anello' sulla realtà, a

differenza dell'autocoscienza dell'allievo. Sicuramente, anche l'allievo è in grado di chiudere l'anello sulla realtà, ma, mi si consenta di esprimere questo dubbio, sempre per il tramite di compagni (allievi cooperanti), o della famiglia, e quindi soggetto a gravi incertezze. L'anello chiuso insegnante-allievo è indicato in Fig. 4 da una curva chiusa tratteggiata. Gli anelli tra gli allievi stessi (cooperazione o competizione) non sono riportati essendo stati trascurati dal modello dinamico.

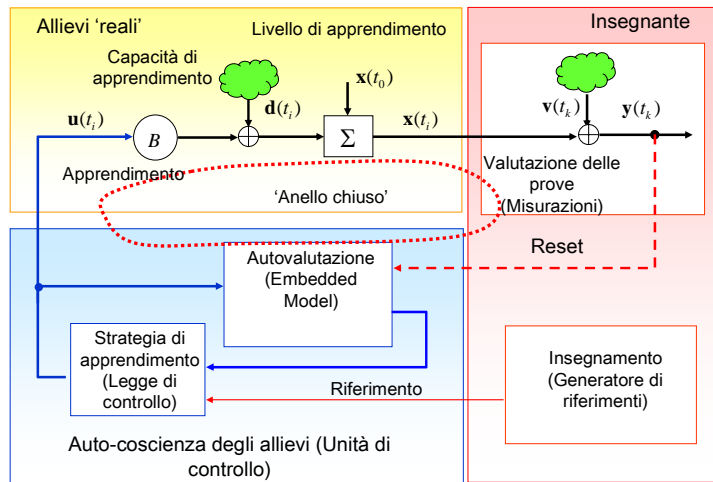


Fig. 4 Schema a blocchi della dinamica elementare e del suo controllo.

L'insegnante come generatore di riferimenti ha un suo proprio stato $x_r(t_i) \geq 0$ - il programma finora impartito - alimentato ad ogni istante da azioni nominali $u_r(t_i) = 1$, poste per semplicità uguali ad una singola unità di programma. Le azioni dell'insegnante sono perturbate da un disturbo $w_r(t_i)$, semplificato ad essere un rumore bianco a valore medio nullo, con deviazione standard $\sigma_r(t_i) < u_r(t_i)$ ¹², in altri termini pari ad una frazione dell'unità di programma. L'equazione di stato è simile alla (1) e si scrive come

$$\begin{aligned} x_r(t_{i+1}) &= x_r(t_i) + u_r(t_i) + w_r(t_i), \quad x_r(t_0) = 0 \\ x_r(t_i) &\geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

¹² Un rumore bianco è una successione di estrazioni a caso, ciascuna 'indipendente' dalle altre, un po' come i numeri estratti al lotto. A rigore il rumore bianco è l'insieme di tutte le possibili successioni. La deviazione standard indica il grado di dispersione delle possibili estrazioni rispetto al valor medio nullo.

L'insegnante agisce come valutatore a istanti irregolari $t_{k+1} = t_k + T_k$, $t_0 = 0$, in cui $T_k > T$ varia casualmente intorno ad un valore medio. Non è stata prevista alcuna connessione tra il risultato delle prove e l'insegnamento, mentre in realtà esiste, trattandosi di un'ulteriore retroazione assente in Fig. 1 e Fig. 4.

L'autocoscienza dell'allievo si compone di due parti. L'autovalutazione - *Embedded Model* o modello interno - segue con alcune approssimazioni la dinamica 'reale' di apprendimento. In particolare, essa si assume evolvere nel tempo priva di disturbi, ma alimentata dal solo apprendimento $u_j(t_i)$ tramite una propria capacità $\hat{b}_j = b_j(1 + \partial b_j)$, che potrà essere inferiore ($\partial b_j < 0$, umiltà, volenterosità) o superiore ($\partial b_j > 0$, presunzione, svogliatezza) all'apprendimento reale. Raccogliendo le diverse capacità \hat{b}_j nella matrice diagonale \hat{B} , la relativa equazione di stato, vettoriale, si scrive come

$$\hat{\mathbf{x}}(t_{i+1}) = \hat{\mathbf{x}}(t_i) + \hat{B}\mathbf{u}(t_i), \quad \hat{\mathbf{x}}(t_0) = \hat{\mathbf{x}}_0, \quad \hat{\mathbf{x}}(t_i) \geq 0. \quad (3)$$

La strategia di apprendimento è la vera legge di controllo e si assume formulata come combinazione lineare (i) del grado di apprendimento, espresso come scostamento $x_r(t_i) - \hat{x}_j(t_i)$ tra il volume dell'insegnamento impartito e la propria valutazione, e (ii) dell'insegnamento corrente $u_r(t_i)$, ovvero come

$$u_j(t_i + \tau_j) = k_j(x_r(t_i) - \hat{x}_j(t_i)) + q_j u_r(t_i) \quad (4)$$

I fattori di apprendimento k_j e q_j sono tipici dell'allievo e sono inferiori all'unità. In particolare il fattore $q_j = \omega_j / (1 + \partial b_j) \leq 1$, con $\omega_j < 1$, favorisce l'allievo volenteroso a parità di altre condizioni. L'intervallo τ_j indica il ritardo di apprendimento. Di nuovo k_j e q_j possono essere raccolte in matrici diagonali K e Q , quest'ultime impiegate in Fig. 5.

La correzione (*reset*) a seguito di valutazione avviene semplicemente forzando l'autovalutazione come di seguito

$$\hat{\mathbf{x}}(t_k + 1) = P\mathbf{y}(t_k), \quad (5)$$

dove P è una matrice diagonale che soppesa la correzione suggerita dall'insegnante. In particolare si assumono due casi: (i) peso unitario e (ii) peso personalizzato pari a $p_j = 1 / (1 + \partial b_j)$, quest'ultimo inteso a favorire l'allievo volenteroso.

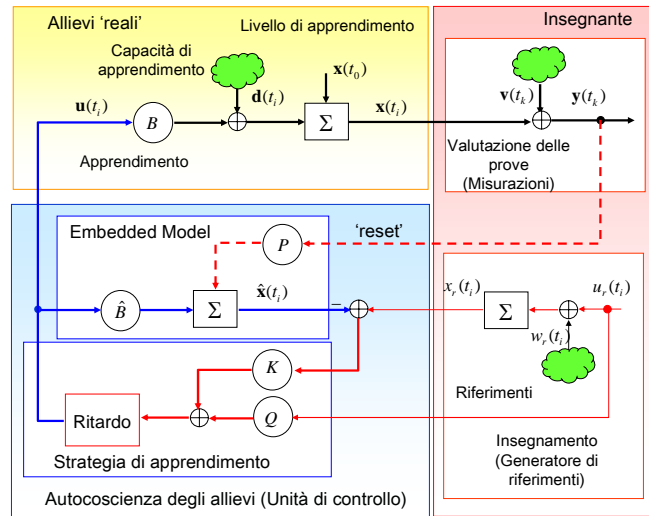


Fig. 5 Schema dettagliato delle strategie di controllo.

Simulazione

Le simulazioni successive mostrano come il divario crescente di Fig. 3 si riduca o meglio tenda ad essere limitato (non divergente), tramite le strategie di controllo esposte nel capitolo precedente.

In particolare si mostra la sostanziale differenza, stante le ipotesi precedenti, tra autovalutazione dell'allievo e autovalutazione corretta (*reset*) dall'insegnante, anche quando quest'ultima sia sporadica. Infatti si mostra come l'autovalutazione dell'allievo tenda sì a ripetere il riferimento impartito dall'insegnante,; ma trattasi di un miraggio, l'apprendimento reale e quello autovalutato essendo divergenti. La Fig. 6 e la Fig. 7 mettono in evidenza il fenomeno del miraggio: in Fig. 6 solo un allievo 'reale' segue il riferimento, mentre gli altri ne divergono. In Fig. 7, tutti gli allievi (forse è troppo ottimistico), riescono anche se con differenti ritardi a ripetere l'insegnamento. Il riferimento, ovvero l'insegnamento, è la retta un poco irregolare a tratto spesso, nell'ipotesi già accennata, che in media venga impartita un'unità di insegnamento ogni unità di tempo. Gli allievi possiedono capacità di apprendimento diverse come già detto e non sono cooperanti.

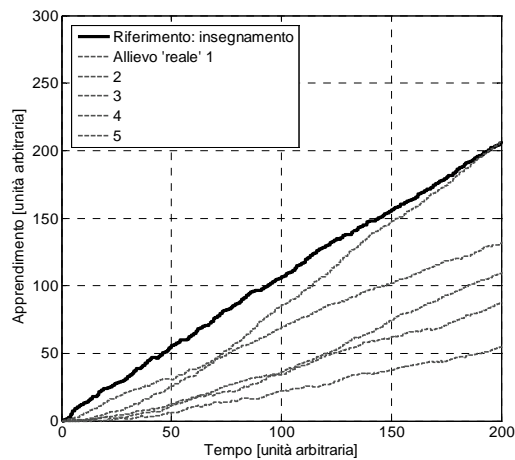


Fig. 6 *Apprendimento reale senza 'reset' dell'insegnante: a sinistra quello reale, a destra l'autovalutazione degli allievi.*

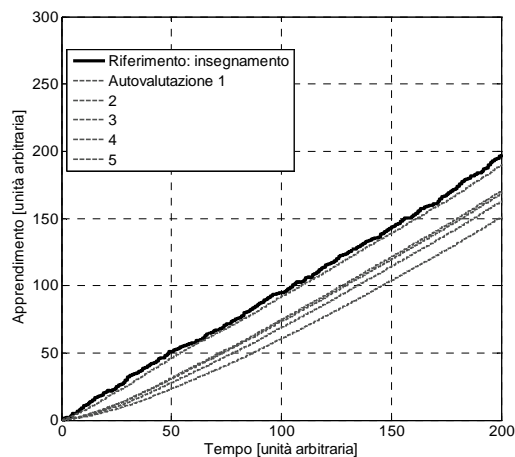


Fig. 7 *Apprendimento senza 'reset' dell'insegnante: autovalutazione dell'allievo*

Si aggiunga ora la valutazione dell'insegnante e si faccia in modo che possa correggere (*reset*), a meno di errori, l'autovalutazione dell'allievo, riportandola prossima alla situazione reale. Per ora si è assunto che l'allievo non pesi, non distorca tale correzione, avendo imposto $p_j = 1$ nella matrice P in (5). La Fig. 8 e la Fig. 9 mostrano come l'apprendimento reale segua ora in modo

irregolare, ma tuttavia segue l'insegnamento senza divergere (Fig. 8). La Fig. 9 mostra l'autovalutazione e gli aggiustamenti dovuti alla correzione dell'insegnante. La correzione avviene in media ogni 20 unità di tempo.

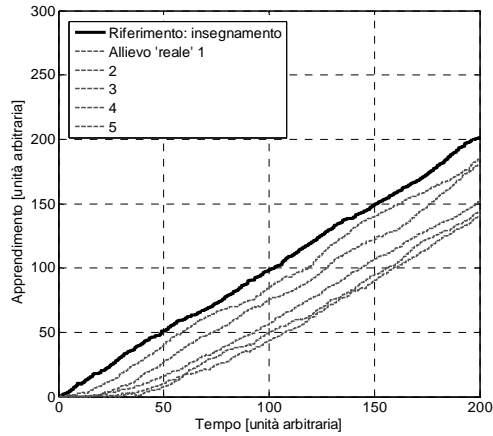


Fig. 8 Apprendimento reale con 'reset' da parte dell'insegnante.

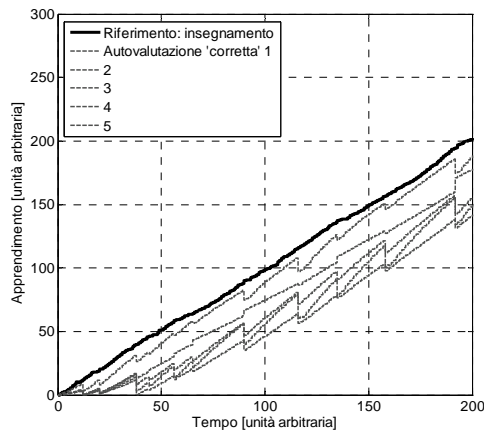


Fig. 9 Apprendimento con 'reset' da parte dell'insegnante: autovalutazione degli allievi.

I tracciati di Fig. 10 si riferiscono all'allievo più scarso. Come indice di preparazione si può impiegare il ritardo temporale, letto sull'ascissa, e pari a circa 50 unità (un quarto del periodo scolastico pari a 200 unità) o la differenza tra riferimento e livello di apprendimento al termine del periodo scolastico,

pari di nuovo a circa 50 unità. Naturalmente, modificando i parametri si possono simulare condizioni diverse.

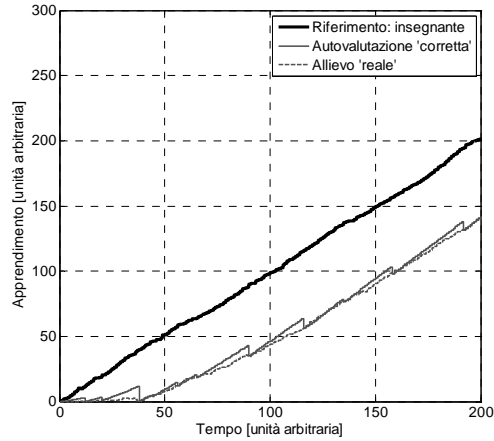


Fig. 10 Riferimento, autovalutazione e apprendimento reale riferiti all'allievo più scarso.

Se invece si assume che l'allievo soppesi la valutazione dell'insegnante, la situazione cambia radicalmente: ora vi sono allievi il cui apprendimento non riesce più a convergere all'insegnamento ricevuto, come mostrato dalla la Fig. 11, da compararsi con la Fig. 8, la Fig. 9 e la Fig. 10. L'insegnante deve essere credibile all'allievo. L'autovalutazione converge sempre (Fig. 9), mentre l'apprendimento reale no, soprattutto per gli allievi meno volenterosi (Fig. 12).

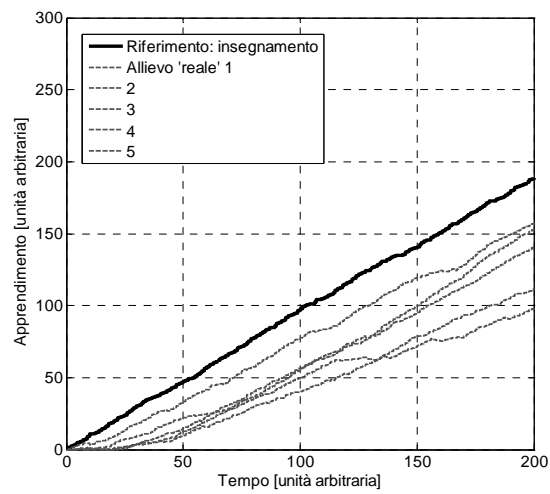


Fig. 11 *Apprendimento reale con 'reset' da parte dell'insegnante soppesato dall'allievo.*

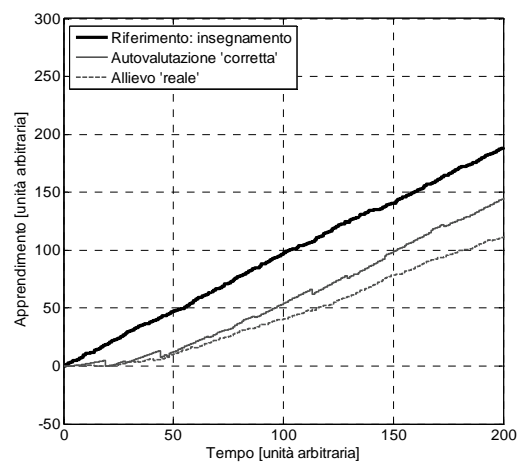


Fig. 12 *Apprendimento con 'reset' da parte dell'insegnante soppesato dall'allievo: i tracciati sono relativi all'allievo più scarso.*

7. Conclusione

L'analisi precedente non vuole fornire soluzioni ai problemi dell'insegnamento, ma mette in luce come l'apprendimento e più in generale l'educazione siano sensibile a impostazioni semplicistiche che potrebbero far danno alla formazione degli allievi. La dinamica elementare testé abbozzata e le relative strategie di controllo pongono in luce il ruolo dell'insegnante, anche se sporadico, nel far convergere il livello di apprendimento all'insegnamento ricevuto. Tuttavia, la valutazione dell'insegnante transita e ha effetto tramite l'autocoscienza dell'allievo che può vanificare ogni sforzo dell'insegnante, quando questo non sia credibile. Chi educa l'autocoscienza dell'allievo? La scuola, la famiglia, l'ambiente? Ricordo la perseveranza commovente ed efficace di mia moglie a raccogliere dopo cena e anche prima di cena, ma non ero presente, tutte le sere, i due scavezzaccolli, maschio e femmina, dalle elementari fino ai primi anni del liceo, per tenerli al passo con lezioni e compiti. Chi aiuta, pone in grado, facilita i genitori o più in generale la famiglia in questi compiti essenziali?

8. Ringraziamenti

L'autore è riconoscente ai professori Giuseppe Del Re, Università di Napoli, e Francesco Abbona, Università di Torino, per l'opportunità, l'incoraggiamento e i suggerimenti ricevuti.

9. Bibliografia

- Agazzi E. (1978), *I sistemi tra scienza e filosofia*, SEI, Torino.
- Bynum, T.W. (2005) "Norbert Wiener's vision: the impact of the 'automatic age' on our moral lives", in: R. Cavalier, *The Impact of the Internet on Our Moral Lives*, State University of New York Press, p. 11-25.
- Canuto E. (2002), *Controlli Automatici. Parte I - Sistemi dinamici. Parte II - Controllo Digitale*, CELID, Torino.
- Canuto E. (2007), "Embedded Model Control: outline of the theory", *ISA Transactions*, 46: 363-377.
- Darwin C. (1859), *The origin of species by means of natural selection, or the preservation of favoured races in the struggle for life*, J. Murray, London.
- Del Re G. (2006), *La danza del cosmo. Complessità e armonia dell'universo*, UTET: Torino.
- Gross D. and Strand R. (2000) "Can agent-based models assist decisions on large-scale practical problems? A philosophical analysis", *Complexity*, 5: 26-31.

- Holland J.H. (1992), *Adaptation in natural and artificial systems*, MIT Press, Cambridge (Massachusetts).
- Inwood S. (2002) *The Man Who Knew Too Much*, Pan Macmillan, London.
- Isidori A. e Ruberti A. (1979), *Teoria dei sistemi*, Bollati Boringhieri, Torino.
- Kalman R.E., Falb P.L. e Arbib M.R. (1969), *Topics in mathematical system theory*, McGraw-Hill, New York.
- OECD (2006), "Assessing scientific, reading and mathematical literacy. A framework for PISA 2006", OECD, Organization for economic co-operation and development. Programme for international student assessment.
- Prais S. J. (2003), "Cautions on OECD's recent educational survey (PISA)", *Oxford Review of Education*, 29: 139-163.
- Rossi P. (1978), *Cibernetica e teoria dell'informazione*, La Scuola Editrice, Brescia.
- Schlenoff D. C. (2003), "The equivocal success of Wright brothers", *Scientific American*, 289: 94-97.
- Sidi M.J. (1997), *Spacecraft dynamics and control*, Cambridge University Press, Cambridge (United Kingdom).
- Von Collani E. (2001), "OECD PISA – An example of stochastic illiteracy?", *Economic Quality Control*, 16: 227-253.
- Weaver W. (1948), "Science and complexity", *American Scientist*, 36: 536.
- Weckowicz T. E. (1988), "Ludwig von Bertalanffy (1901-1972): A pioneer of general system theory", Centre for Systems Research, University of Alberta (Canada), CSR Working Paper No. 89-2.
- Wiener N. (1948), *Cybernetics: or control and communication in the animal and the machine*, Technology Press, Boston.